

2014年 生命環境（環境・情報）第2問

2 p, q は自然数とする. α, β は $\alpha > \beta$ を満たす2次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の解とする. 2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を

$$a_1 = 0, \quad b_1 = 1$$

$$a_{n+1} = (p+q)a_n + pb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_{n+1} = pa_n + qb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) $a_n > 0$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) かつ $b_n > 0$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) となることを示せ.
- (2) $c_n = \alpha a_n + b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $d_n = -a_n + \alpha b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく. $c_n = (p\alpha + q)^{n-1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) かつ $d_n = \alpha(p\beta + q)^{n-1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ.
- (3) $p\beta + q > 0$ のとき, $\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} > \frac{a_n}{b_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となることを示せ.