



2014年理系第6問

6 数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) がある。初項から第 n 項までの和が $n^2 + 2n$ であるとき、一般項 $a_n = \boxed{}$ であり、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \boxed{}$ である。

2n+1

$$S_n = n^2 + 2n \quad \text{より}$$

$$\rightarrow S_{n+1} = (n+1)^2 + 2(n+1)$$

$$\therefore a_{n+1} = 2n+1+2$$

$$\therefore a_n = 2n+1 \quad (n \geq 2)$$

また、 $a_1 = S_1 = 3$ より $n=1$ のときも含めて、 $a_n = 2n+1$ //

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \dots$$

$$= \frac{1}{6} //$$