0002313906867999

甲南大学

2016 年 理系 1 第 2 問

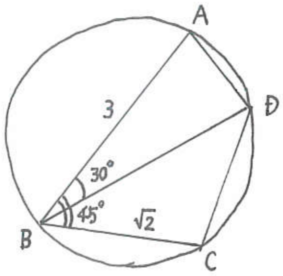
数理
石井K

$\boxed{2}$ 円に内接する四角形 ABCD が，$AB = 3$，$BC = \sqrt{2}$，$\angle ABC = 45°$，$\angle ABD = 30°$ のとき，以下の問いに答えよ．

(1) 対角線 AC の長さを求めよ．

(2) 辺 AD と辺 CD の長さを求めよ．

(3) 三角形 ABD の面積を求めよ．



(1) 余弦定理より

$$AC^2 = 3^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45°$$

$$= 9 + 2 - 6$$

$$= 5$$

$\therefore$ $AC > 0$ より． $\underline{AC = \sqrt{5}}$ //

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle ABD$ の外接円は共通なので正弦定理より

$$\frac{AC}{\sin 45°} = \frac{AD}{\sin 30°}$$

$$\therefore \ AD = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\frac{\sqrt{10}}{2}} \ //$$

余弦定理より

$$(\sqrt{5})^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 + CD^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot CD \cdot \cos 135°$$

$$\therefore \ 5 = \frac{5}{2} + CD^2 + \sqrt{5}\,CD$$

$$\therefore \ CD^2 + \sqrt{5}\,CD - \frac{5}{2} = 0$$

$CD > 0$ より． $\underline{CD = \dfrac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{2}}$ //

(3) 余弦定理より， $\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 = 3^2 + BD^2 - 2 \cdot 3 \cdot BD \cdot \cos 30°$

$$\therefore \ \frac{5}{2} = 9 + BD^2 - 3\sqrt{3}\,BD$$

$$BD^2 - 3\sqrt{3}\,BD + \frac{13}{2} = 0$$

$\angle ADB$ は鈍角より． $BD = \dfrac{3\sqrt{3} - 1}{2}$

$$\therefore \ \triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{3} - 1}{2} \cdot \sin 30° = \underline{\frac{3}{8}(3\sqrt{3} - 1)} \ //$$