2017年 理系 第4問

$\boxed{4}$ $f(x)=x^2+x$ とし，j は自然数とする．数列 $\{a_n\}$ を次のように定める．

$a_1=2$ とする．a_n $(n \geqq 1)$ に対して，座標平面上の曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(a_n^j,\ f(a_n^j))$ における接線と直線 $y=x$ との交点の x 座標を a_{n+1} とする．ただし，a_n^j は a_n の j 乗を表す．

以下の問いに答えよ．

(1) すべての自然数 n に対し，$a_n>0$ が成り立つことを示せ．

(2) $b_n=\log_2 a_n$ とおくとき，b_{n+1} を b_n を用いて表せ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．