



2015年理系第3問

3  $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ と $\angle C$ は鋭角とする。点Aを通り辺BCに直交する直線を引き、辺BCとの交点を $X_1$ とし、線分 $AX_1$ の長さを1とする。また、 $BX_1 = 1$ 、 $CX_1 = 8$ とする。各 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して以下の操作を行う。

辺BC上の点 $X_n$ を通り辺ACに平行な直線を引き、辺ABとの交点を $Y_n$ とする。また、点 $Y_n$ を通り辺BCに平行な直線を引き、辺ACとの交点を $Z_n$ とする。点 $Z_n$ を通り辺BCに直交する直線を引き、辺BCとの交点を $X_{n+1}$ とする。

線分 $Z_n X_{n+1}$ の長さを $l_n$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $l_1$ を求めよ。
- (2)  $l_{n+1}$ を $l_n$ を用いて表せ。
- (3)  $l_n > \frac{1}{2}$ となる最小の奇数 $n$ を求めよ。必要ならば、 $3.169 < \log_2 9 < 3.17$ を用いてもよい。