

2014年第2問

2 a, b を実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ a & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ が

$$AB = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

を満たしている. 次の問いに答えよ.

- (1) a, b の値を求めよ. ただし答えのみでよい.
- (2) m, n は実数で, $m \neq 0, n \neq 0$ とする. 座標平面上の2点 $S_1(m, 0), S_2(0, n)$ をとり, 行列 A が表す1次変換によって S_1, S_2 が移る点をそれぞれ S_1', S_2' とする. 2点 S_1', S_2' を通る直線が2点 S_1, S_2 を通る直線に一致するとき, n を m の式で表せ.
- (3) 2点 $T_1(-7, 0), T_2(0, 7)$ を通る直線を l とする. 行列 B が表す1次変換によって T_1, T_2 が移る点をそれぞれ T_1', T_2' とし, 2点 T_1', T_2' を通る直線を l' とする. 原点を中心とする半径 r の円を C とする. C と l が異なる2点で交わり, かつ C と l' も異なる2点で交わるとする. このような r の値の範囲を求めよ.
- (4) (3)において, 円 C が l を切り取る線分の長さを L とし, 円 C が l' を切り取る線分の長さを L' とする. このような L, L' の中で, L が最も小さい自然数になるときの L' の値を求めよ.