



2012年 第7問

7 原点 O を中心とする半径 1 の円において扇形 OAB を考える。ただし、点 A は $(1, 0)$ であり、点 B は第1象限にあるとする。扇形 OAB の中心角は、 x ラジアン $(0 < x < \frac{\pi}{2})$ であるとする。点 B から OA におろした垂線を BC 、点 A における円の接線が、点 O と点 B を通る直線と交わる点を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形 ODA 、三角形 OAB 、扇形 OAB の面積を、 x を用いてそれぞれ表せ。
- (2) 不等式 $\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$ が成り立つことを示せ。
- (3) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を示せ。ただし、 $x \rightarrow +0$ は、 x が正の値をとりながら限りなく 0 に近づくことを表す。