近畿大学

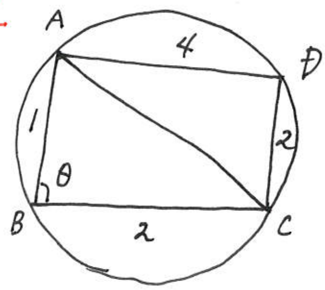
2014年 医学部 第1問

数理 石井K

1 円 C_1 に内接する四角形ABCDがあり，2つの辺の長さが AB = 1，BC = 2 となっている．∠ABC = θ とおく．次の問に答えよ．

(1) $AC^2 = m + n\cos\theta$ と表すと $m =$ ア 5，$n =$ イ −4 である．ただし m, n は整数とする．$-\frac{3}{4}$

(2) 四角形ABCDの残りの辺の長さが CD = 2，DA = 4 となっている．このとき $\cos\theta =$ ウ，AC = エ $2\sqrt{2}$ である．また円 C_1 の半径は オ $\frac{4\sqrt{14}}{7}$，四角形ABCDの面積は カ $\frac{5\sqrt{7}}{4}$ である．



(1) 余弦定理より．

$$AC^2 = 1 + 4 - 2\cdot 1\cdot 2\cdot\cos\theta$$
$$= \underline{5 - 4\cos\theta}$$

(2) △ACDについて．余弦定理より

$$AC^2 = 4^2 + 2^2 - 2\cdot 2\cdot 4\cos(180^\circ - \theta)$$
$$= 20 + 16\cos\theta$$

(1)より．$5 - 4\cos\theta = 20 + 16\cos\theta$ ∴ $\underline{\cos\theta = -\frac{3}{4}}$

このとき $AC^2 = 5 - 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = 8$ ∴ $\underline{AC = 2\sqrt{2}}$

$\cos\theta = -\frac{3}{4}$ より．$\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

∴ 正弦定理より．$\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 2R$ ∴ $\underline{R = \frac{4\sqrt{14}}{7}}$

四角形ABCDの面積Sは

$$S = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2\cdot\sin\theta + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\cdot\sin(180^\circ - \theta)$$
$$= 5\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}$$
$$= \underline{\frac{5\sqrt{7}}{4}}$$