

2010年 第2問

2 次の問いに答えよ.

(1) 連立不等式

$$|2x + 3y| \leq 5, \quad |3y - 2x| \leq 3$$

で表されるような xy 平面上の領域を図示せよ.(2) xy 平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(c, d)$ に対し, OA と OB を隣り合う2辺とする平行四辺形の面積は, $|ad - bc|$ であることを示せ.(3) 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} k & \ell \\ m & n \end{pmatrix}$ について

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & \ell \\ m & n \end{pmatrix}$$

が成り立つとき,

$$(ad - bc)(sv - tu) = (kn - \ell m)$$

を示せ.

(4) 実数 a, b, c, d が $ad - bc \neq 0$ をみたし, 正の実数 h, k が $hk = |ad - bc|$ をみたすとき,

$$|ax + by| \leq h, \quad |cx + dy| \leq k$$

で表されるような xy 平面上の領域の面積は a, b, c, d, h, k によらず一定であることを示し, その面積を求めよ.