



2013年 理学部（数理）第4問

4 自然数 n に対し、座標平面上の点 $(n, 1)$ を P_n とする。また、 r を正の実数とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1次変換 f は、すべての n に対して $f(P_n) = P_{n+1}$ を満たすとする。 f を表す行列 A を求めよ。
- (2) 1次変換 g は、点 $(1, 1)$ を点 $(-2r, 1)$ に、点 $(-2r, 1)$ を点 $(2r^2 - r, 1)$ に移すとする。 g を表す行列 B を求めよ。
- (3) $C = ABA^{-1}$ とする。行列 C^n を推定し、それが正しいことを数学的帰納法によって示せ。
- (4) 行列 C^n で表される1次変換による点 $(1, r)$ の像の x 座標を x_n とする。 $r < 1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。