



2012年人文学部第3問

3 正の整数からなる数列  $\{a_n\}$  が  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$n\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}\right) < 2, \quad 2 + \frac{1}{a_{n+1}} < (n+1)\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}\right)$$

を満たし、かつ  $a_2 = 2$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $a_1$  を求めよ。
- (2)  $a_3$  を求めよ。
- (3) 一般項  $a_n$  を推定し、それが正しいことを証明せよ。
- (4)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$  を求めよ。