岩手大学

2013年 教育学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 3次方程式 $x^3-3x^2-px-1=0$ が2重解 $-\dfrac{1}{2}$ をもつとき，他の解と実数 p の値を求めよ．

(2) 三角形ABCにおいて，∠A，∠B，∠Cの大きさをそれぞれ A，B，C で表し，辺BC，辺CA，辺ABの長さをそれぞれ a，b，c で表すとき

$$(a\sin A-b\sin B)\cos(A+B)=0$$

ならば，△ABCはどのような三角形か．

(3) 関数 $f(x)=ax^r+b\ (x>0)$ において，$f(2)=27$，$f(4)=87$，$f(8)=387$ を満たすとき，a，b の値を求めよ．

(1) 他の解を α とおくと，解と係数の関係より，

$$\begin{cases}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\alpha=3\\ -\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{4}=-p\\ \frac{1}{4}\alpha=1\end{cases} \iff \underline{\text{他の解 }\alpha=4,\ p=\frac{15}{4}}$$ //

(2) △ABCの外接円の半径をRとおくと，正弦定理より，

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=2R$ 　$\therefore \sin A=\dfrac{a}{2R}$，$\sin B=\dfrac{b}{2R}$，また $A+B+C=180^\circ$ より，

$$\therefore (\text{与式}) \iff \left(\frac{a^2}{2R}-\frac{b^2}{2R}\right)\cos(180^\circ-C)=0$$
$$\iff (a^2-b^2)\cdot(-\cos C)=0$$
$$\iff a=b \text{ または } C=90^\circ$$

∴ $\underline{\text{△ABCは，BC=CAの二等辺三角形または∠C}=90^\circ\text{の直角三角形}}$ //

(3) $f(2)=27$ より，$a\cdot 2^r+b=27$ …①

$f(4)=87$ より，$a\cdot 4^r+b=87$ …②

$f(8)=387$ より，$a\cdot 8^r+b=387$ …③

②−① より，$a\cdot 2^r(2^r-1)=60$ …④

③−① より，$a\cdot 2^r(2^r-1)(2^r+1)=360$ …⑤

⑤に④を代入して，$60(2^r+1)=360$ 　$\therefore 2^r=5$

これを④に代入して，$a=3$ 　∴①より $b=12$ 　$\therefore \underline{(a,b)=(3,12)}$ //