2010年 経済 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ スペードの1から9までのトランプが9枚ある．この9枚のトランプから無作為に，3枚同時に取り出す．取り出したトランプの数のうち最も小さな数を a，最も大きな数を b とする．また，3つの数の積を X とする．このとき，以下の各問に答えよ．

(1) a，b それぞれの期待値を求めよ．

(2) X が5の倍数である確率を求めよ．

(3) X が10の倍数である確率を求めよ．

(4) X が6の倍数である確率を求めよ．

(1) 3枚の取り出し方は全部で ${}_9C_3 = \dfrac{9\cdot8\cdot7}{1\cdot2\cdot3} = 84$ 通りあり，

そのうち，$a = 1, 2, 3, \cdots, 7$ となるのはそれぞれ

${}_8C_2, {}_7C_2, {}_6C_2, \cdots {}_2C_2$ 通りであるから，a の期待値 $E(a)$ は，

$$E(a) = 1\cdot\frac{{}_8C_2}{84} + 2\cdot\frac{{}_7C_2}{84} + 3\cdot\frac{{}_6C_2}{84} + \cdots + 7\cdot\frac{{}_2C_2}{84}$$

$$= \frac{1}{84}(1\cdot28 + 2\cdot21 + 3\cdot15 + 4\cdot10 + 5\cdot6 + 6\cdot3 + 7\cdot1)$$

$$= \underline{\frac{5}{2}}$$ //

同様に，$b = 3, 4, 5, \cdots, 9$ となるのはそれぞれ

${}_2C_2, {}_3C_2, {}_4C_2, \cdots, {}_8C_2$ 通りであるから，b の期待値 $E(b)$ は，

$$E(b) = 3\cdot\frac{{}_2C_2}{84} + 4\cdot\frac{{}_3C_2}{84} + 5\cdot\frac{{}_4C_2}{84} + \cdots + 9\cdot\frac{{}_8C_2}{84}$$

$$= \frac{1}{84}(3\cdot1 + 4\cdot3 + 5\cdot6 + 6\cdot10 + 7\cdot15 + 8\cdot21 + 9\cdot28)$$

$$= \underline{\frac{15}{2}}$$ //

(2) X が5の倍数 $\Longleftrightarrow$ 3枚のうち1枚が5のトランプ

よって，残り2枚を 1～4, 6～9 の中から選べばよいので

$$\frac{{}_8C_2}{{}_9C_3} = \frac{28}{84} = \underline{\frac{1}{3}}$$ //

(3) X が5の倍数かつ X が10の倍数でない $\Longleftrightarrow$ 3枚のうち1枚が5のトランプで，残り2枚は奇数のトランプ

5以外の奇数のトランプは，1, 3, 7, 9 の4枚であるから，

$$\frac{{}_4C_2}{{}_9C_3} = \frac{6}{84}$$

$\therefore$ (2)より，$\dfrac{28}{84} - \dfrac{6}{84} = \dfrac{22}{84} = \underline{\dfrac{11}{42}}$ //

2枚目へつづく

2010年 経済 第2問

2枚目/2枚

数理 石井K

2 スペードの1から9までのトランプが9枚ある．この9枚のトランプから無作為に，3枚同時に取り出す．取り出したトランプの数のうち最も小さな数を a，最も大きな数を b とする．また，3つの数の積を X とする．このとき，以下の各問に答えよ．

(1) a，b それぞれの期待値を求めよ．

(2) X が5の倍数である確率を求めよ．

(3) X が10の倍数である確率を求めよ．

(4) X が6の倍数である確率を求めよ．

(4) Xが2の倍数である事象をA_2，3の倍数である事象をA_3，6の倍数である事象をA_6，

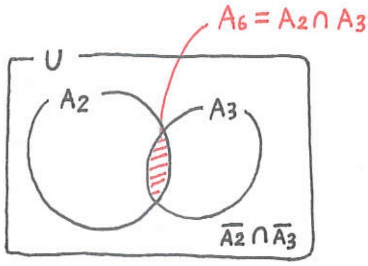
また，全事象をUとすると，

奇数から3枚

$P(A_2)=P(U)-P(\overline{A_2})$ より，$P(A_2)=1-\dfrac{{}_5C_3}{{}_9C_3}=1-\dfrac{10}{84}=\dfrac{74}{84}$

同様にして，$P(A_3)=1-\dfrac{{}_6C_3}{{}_9C_3}=1-\dfrac{20}{84}=\dfrac{64}{84}$

3の倍数以外から3枚



$\overline{A_2}\cap\overline{A_3}$ は2の倍数でも3の倍数でもない事象で

1,5,7の3枚

$P(\overline{A_2}\cap\overline{A_3})=\dfrac{{}_3C_3}{{}_9C_3}=\dfrac{1}{84}$

となり，

$$P(A_2\cap A_3)=P(\overline{A_2}\cap\overline{A_3})+P(A_2)+P(A_3)-P(U)$$

$$=\frac{1}{84}+\frac{74}{84}+\frac{64}{84}-1$$

$$=\frac{55}{84}$$ //