0000227632779999

高崎経済大学

2010年 第1問　　1枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 以下の各問に答えよ．

(1) $7^x = 49^{1-x}$ を解け．

(2) $x = \dfrac{\sqrt{5}-3}{2}$ のとき，$x^4 + x^2$ の値を求めよ．

(3) 次の定積分を求めよ．

$$\int_{-2}^{0}(2x^2 - x)\,dx - \int_{1}^{0}(2x^2 - x)\,dx$$

(4) 関数 $y = (2x-1)(x^2+2x-1)$ を微分せよ．

(5) $3\log_{\frac{1}{2}}3$，$2\log_{\frac{1}{2}}5$，$\dfrac{5}{2}\log_{\frac{1}{2}}4$ の3数の大小を比較せよ．

(6) $\overrightarrow{a} = (1,\ -1)$，$\overrightarrow{b} = (-4,\ -3)$ のとき，$2\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$ の大きさを求めよ．

(7) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 2n^2 - 3n$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(8) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式 $|\sin\theta| < \dfrac{1}{2}$ を解け．

(1) $7^x = 7^{2-2x}$ $\therefore x = 2 - 2x$

$\therefore \underline{x = \frac{2}{3}}$ //

(2) $2x = \sqrt{5} - 3$ $\therefore 2x + 3 = \sqrt{5}$

両辺を2乗して．$4x^2 + 12x + 9 = 5$

$\therefore x^2 + 3x + 1 = 0$

$\therefore x^4 + x^2 = x^2(x^2+1)$

$= (-3x-1)\cdot(-3x)$

$= 9x^2 + 3x$

$= 9(-3x-1) + 3x$

$= -27x - 9 + 3x$

$= -24x - 9$

$= \underline{27 - 12\sqrt{5}}$ //

(3) (与式) $= \displaystyle\int_{-2}^{0}(2x^2 - x)\,dx + \int_{0}^{1}(2x^2 - x)\,dx$

$= \displaystyle\int_{-2}^{1}(2x^2 - x)\,dx$

$= \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right]_{-2}^{1}$

$= \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{16}{3} + 2$

$= \underline{\frac{15}{2}}$ //

(4) $y' = 2(x^2 + 2x - 1) + (2x-1)(2x+2)$

$= 2x^2 + 4x - 2 + 4x^2 + 2x - 2$

$= \underline{6x^2 + 6x - 4}$ //

(5) $3\log_{\frac{1}{2}}3 = \log_{\frac{1}{2}}27$，$2\log_{\frac{1}{2}}5 = \log_{\frac{1}{2}}25$，$\frac{5}{2}\log_{\frac{1}{2}}4 = \log_{\frac{1}{2}}32$

$\therefore \underline{2\log_{\frac{1}{2}}5 > 3\log_{\frac{1}{2}}3 > \frac{5}{2}\log_{\frac{1}{2}}4}$ //

2010年第1問　　2枚目 / 2枚

$\boxed{1}$ 以下の各問に答えよ.

(1) $7^x = 49^{1-x}$ を解け.
(2) $x = \dfrac{\sqrt{5}-3}{2}$ のとき, $x^4 + x^2$ の値を求めよ.
(3) 次の定積分を求めよ.

$$\int_{-2}^{0}(2x^2 - x)\,dx - \int_{1}^{0}(2x^2 - x)\,dx$$

(4) 関数 $y = (2x-1)(x^2+2x-1)$ を微分せよ.
(5) $3\log_{\frac{1}{2}}3$, $2\log_{\frac{1}{2}}5$, $\dfrac{5}{2}\log_{\frac{1}{2}}4$ の3数の大小を比較せよ.
(6) $\vec{a} = (1, -1)$, $\vec{b} = (-4, -3)$ のとき, $2\vec{a} + 2\vec{b}$ の大きさを求めよ.
(7) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 2n^2 - 3n$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
(8) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき, 不等式 $|\sin\theta| < \dfrac{1}{2}$ を解け.

(6) $2\vec{a} + 2\vec{b} = (-6, -8)$ より $|2\vec{a}+2\vec{b}| = \sqrt{(-6)^2+(-8)^2} = \underline{10}$ //

(7) $a_1 = S_1 = -1 \quad \cdots ①$

$n \geqq 2$ のとき, $a_n = S_n - S_{n-1}$

$$= 2n^2 - 3n - \{2(n-1)^2 - 3(n-1)\}$$
$$= 2n^2 - 3n - 2n^2 + 4n - 2 + 3n - 3$$
$$= 4n - 5$$

これは①をみたすので, $n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して.

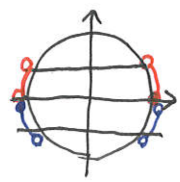
$\underline{a_n = 4n - 5}$ //

(8) (i) $0 \leqq \theta < \pi$ のとき　$\sin\theta < \frac{1}{2}$ より

$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi < \theta < \pi$

(ii) $\pi \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$-\sin\theta < \frac{1}{2} \iff \sin\theta > -\frac{1}{2}$

$\pi \leqq \theta < \frac{7}{6}\pi$, $\frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$



(i), (ii) より. $\underline{0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi}$ //