

2014年医学部第4問

4 一列に並んだ3つの部屋A, B, Cがあり, 2頭の象がいる. 2頭の象は毎日1つの部屋から隣の部屋に, 次のルールに従って移動する.

$0 < p < 1$ とし, 象が部屋Aと部屋Bにいるとき, 部屋Aにいる象は部屋Aに留まり, 部屋Bにいる象が確率 p で部屋Cに移る. 象が部屋Bと部屋Cにいるとき, 部屋Cにいる象は部屋Cに留まり, 部屋Bにいる象が確率 $1 - p$ で部屋Aに移る. 象が部屋Aと部屋Cにいるとき, 部屋Aにいる象が確率 p で部屋Bに移り, 移らない場合は部屋Cにいる象が部屋Bに移る. 2頭の象が同時に同じ部屋にいることはできない.

はじめに2頭の象はそれぞれ部屋Aと部屋Bにいるものとし, $2n$ 日後に象が部屋Aにいる確率を a_n ($n = 1, 2, \dots$)とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) a_1 を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ.
- (3) $p = \frac{2}{3}$ のとき, a_n を求めよ.