2012年 医学部 第3問

$\boxed{3}$ $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ を満たす $\theta$ と正の実数 $p$ に対して，$a_1 = \log_4(p\sin\theta)$，$a_2 = \log_4(\sin 2\theta)$，$a_3 = \log_4(\sin 3\theta)$ とする．

(1) $a_1 = a_2 = a_3$ となるのは，

$$p = \frac{\boxed{ア} + \sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}, \quad \theta = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\pi$$

のときである．

(2) 3つの数 $a_1$，$a_2$，$a_3$ がこの順に等差数列をなしているとする．このとき，

$$p > \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$$

となる．$p$ をこの範囲で変化させたとき，$a_2 + a_3$ が最大となるのは，

$$\cos^2\theta = \frac{\boxed{クケ} + \sqrt{\boxed{コサシ}}}{\boxed{スセ}}, \quad p = \frac{\boxed{ソ} + \sqrt{\boxed{コサシ}}}{\boxed{タチ}}$$

のときである．

(3) $p = 2$ で，$a_1$，$a_2$，$a_3$ がこの順に等差数列をなしているとき，この数列の初項 $a_1$ および公差 $d$ は

$$a_1 = \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}, \quad d = \frac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}$$

である．この初項と公差を持つ等差数列 $\{a_k\}$ $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ に対して，極限値

$$\alpha = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} 2^{2a_k}$$

を定義すると，$\alpha$ は2次方程式

$$x^2 - \boxed{ヌ}\,x - \boxed{ネ} = 0$$

の解となっている．