

2017年第1問

1 関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ を

$$f(\theta) = (1 + \cos \theta) \cos \theta, \quad g(\theta) = (1 + \cos \theta) \sin \theta$$

と定義する. xy 平面上の曲線 C が, 媒介変数 θ を用いて

$$x = f(\theta), \quad y = g(\theta) \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

と表されるとき, 以下の問いに答えよ. ただし, $f'(\theta) = \frac{dx}{d\theta}$, $g'(\theta) = \frac{dy}{d\theta}$ とする.

- (1) 導関数 $f'(\theta)$ を求めよ. さらに, $0 < \theta < \pi$ の範囲で $f'(\theta) = 0$ となる θ の値を求めよ.
- (2) 導関数 $g'(\theta)$ を求めよ. さらに, $0 < \theta < \pi$ の範囲で $g'(\theta) = 0$ となる θ の値を求めよ.
- (3) 曲線 C 上の点 $P(f(\theta), g(\theta))$ と原点 O の距離 r を $\cos \theta$ の式で表せ.
- (4) $\{f'(\theta)\}^2 + \{g'(\theta)\}^2$ を $\cos \theta$ の式で表せ.
- (5) 曲線 C の長さ L を求めよ.