



2012年 医学部 第3問

3 $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ を満たす θ と正の実数 p に対して、 $a_1 = \log_4(p \sin \theta)$ 、 $a_2 = \log_4(\sin 2\theta)$ 、 $a_3 = \log_4(\sin 3\theta)$ とする。

(1) $a_1 = a_2 = a_3$ となるのは、

$$p = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$$

のときである。

(2) 3つの数 a_1 、 a_2 、 a_3 がこの順に等差数列をなしているとする。このとき、

$$p > \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。 p をこの範囲で変化させたとき、 $a_2 + a_3$ が最大となるのは、

$$\cos^2 \theta = \frac{\boxed{\text{クケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

のときである。

(3) $p = 2$ で、 a_1 、 a_2 、 a_3 がこの順に等差数列をなしているとき、この数列の初項 a_1 および公差 d は

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad d = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。この初項と公差を持つ等差数列 $\{a_k\}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) に対して、極限值

$$\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 2^{2a_k}$$

を定義すると、 α は 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{ヌ}} x - \boxed{\text{ネ}} = 0$$

の解となっている。