

2016年文系第4問

4 正の実数 a に対して、 $y = ax^2$ のグラフを C_1 、 $y = \frac{a^2-1}{a}x^2 + \frac{2}{a}x - \frac{1}{a}$ のグラフを C_2 とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の共有点は点 $(1, a)$ のみであることを示せ。
- (2) C_2 と x 軸の $0 < x < 1$ の部分との交点は、点 $(\frac{1}{a+1}, 0)$ のみであることを示せ。
- (3) C_1 の $0 \leq x \leq 1$ の部分、 C_2 の $\frac{1}{a+1} \leq x \leq 1$ の部分、および x 軸の $0 \leq x \leq \frac{1}{a+1}$ の部分とで囲まれる図形の面積を S とする。 S を a を用いて表せ。
- (4) a がすべての正の実数を動くとき、(3) で求めた面積 S の最大値を求めよ。