0001496453058999

会津大学

2013年 第1問　　1枚目／2枚　　数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄をうめよ.

(1) 次の積分を求めよ.

(i) $\displaystyle\int_{-2}^{1} x\sqrt{x+3}\,dx = \boxed{\text{イ}}$　　$-\frac{8}{5}$

(ii) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} e^{x}\sin x\,dx = \boxed{\text{ロ}}$　　$\frac{e^{\pi}+1}{2}$

(2) 2つの放物線 $y=4x^2$ と $y=(x-1)^2$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ハ}}$ である.　　$\frac{32}{27}$

(3) $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \boxed{\text{ニ}}$ である.　　$-\sqrt{6}$

(4) 方程式 $\log_3(x-5) = 2-\log_3(x+3)$ の解は $x = \boxed{\text{ホ}}$ である.　　6

(5) $0 \leqq x \leqq \pi$ において $\sin 2x - \frac{1}{2} = \sin x - \cos x$ のとき，$x = \boxed{\text{ヘ}}$ である.　　$\frac{\pi}{3}$

(6) 5個の数字 0，1，2，3，4 を重複なく用いて作られる5桁の整数を小さい順に並べる．初めて 20000 以上になる整数は $\boxed{\text{ト}}$ で，それは $\boxed{\text{チ}}$ 番目である．　　20134　　25

(1)(i) $t = x+3$ とおいて置換積分

$dt = dx$　　$\begin{array}{c|c} x & -2 \to 1 \\ t & 1 \to 4 \end{array}$

$\therefore$ (与式) $= \displaystyle\int_1^4 (t-3)\sqrt{t}\,dt$

$= \displaystyle\int_1^4 t^{\frac{3}{2}} - 3t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$= \left[\frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} - 2t^{\frac{3}{2}}\right]_1^4$

$= \frac{2}{5}\cdot 2^5 - 2\cdot 2^3 - \frac{2}{5} + 2$

$= \underline{-\frac{8}{5}}$ //

注　$\sqrt{-2}\sqrt{-3} \neq \sqrt{(-2)\times(-3)}$

複素数の範囲では一般に成り立たない

(1)(ii) $I = \displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin x\,dx$ とおくと,

$I = \displaystyle\int_0^{\pi} (e^x)' \sin x\,dx$

$= \left[e^x \sin x\right]_0^{\pi} - \displaystyle\int_0^{\pi} e^x \cos x\,dx$

$= -\displaystyle\int_0^{\pi} (e^x)' \cos x\,dx$

$= -\left[e^x \cos x\right]_0^{\pi} + \displaystyle\int_0^{\pi} e^x\cdot(-\sin x)\,dx$

$= e^{\pi} + 1 - I$

$\therefore\ 2I = e^{\pi}+1$ より　$\underline{I = \frac{e^{\pi}+1}{2}}$ //

(3) (与式) $= \sqrt{2}\,i \times \sqrt{3}\,i$

$= \underline{-\sqrt{6}}$ //

(4) 真数条件より,

$x > 5$ かつ $x > -3$　$\therefore x > 5$ …①

$\log_3(x-5) = \log_3 9 - \log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow \log_3(x-5) = \log_3\frac{9}{x+3}$

$\therefore (x-5)(x+3) = 9$

$\therefore (x+4)(x-6) = 0$

① より. $\underline{x = 6}$ //

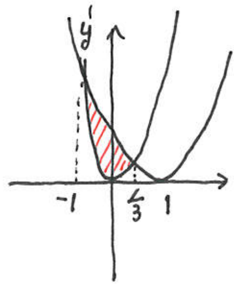
(2) $4x^2 - (x-1)^2 = 0$ を解くと. $x = -1, \frac{1}{3}$

$\therefore S = \displaystyle\int_{-1}^{\frac{1}{3}} (x-1)^2 - 4x^2\,dx$

$= -3\displaystyle\int_{-1}^{\frac{1}{3}} (x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right)dx$

$= (-3)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+1\right)^3$

$= \underline{\frac{32}{27}}$ //



会津大学

2013年 第1問　2枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄をうめよ.

(1) 次の積分を求めよ.

(i) $\int_{-2}^{1} x\sqrt{x+3}\,dx = \boxed{\text{イ}}$

(ii) $\int_{0}^{\pi} e^x \sin x\,dx = \boxed{\text{ロ}}$

(2) 2つの放物線 $y = 4x^2$ と $y = (x-1)^2$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ハ}}$ である.

(3) $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \boxed{\text{ニ}}$ である.

(4) 方程式 $\log_3(x-5) = 2 - \log_3(x+3)$ の解は $x = \boxed{\text{ホ}}$ である.

(5) $0 \leqq x \leqq \pi$ において $\sin 2x - \frac{1}{2} = \sin x - \cos x$ のとき, $x = \boxed{\text{ヘ}}$ である.

(6) 5個の数字0, 1, 2, 3, 4を重複なく用いて作られる5桁の整数を小さい順に並べる. 初めて20000以上になる整数は $\boxed{\text{ト}}$ で, それは $\boxed{\text{チ}}$ 番目である.

(5) 与式の両辺を2乗すると,

$\sin^2 2x - \sin 2x + \frac{1}{4} = 1 - \sin 2x$　　$\therefore \sin^2 2x = \frac{3}{4}$

$0 \leqq x \leqq \pi$ より. $\sin 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

このうち与式を満たしているのは. $\underline{x = \frac{\pi}{3}}$ //

(6) 1からはじまる整数は. $4! = 24$ 個ある.

$\therefore$ 初めて20000以上になるのは, $\underline{20134 \text{ で } 25\text{番目}}$ //