2012年 理工A方式 第3問

$\boxed{3}$ 連立不等式

$$\begin{cases} x^2-2x+y^2 \leqq 24 \\ x+2y \geqq 3 \end{cases} \iff \begin{cases} (x-1)^2+y^2 \leqq 5^2 & \cdots ① \\ y \geqq -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} & \cdots ② \end{cases}$$

の表す領域を図示し，点$(x,\ y)$がこの領域を動くとき，$4x+3y$の最大値と最小値を求めよ．

①と②の交点を求める

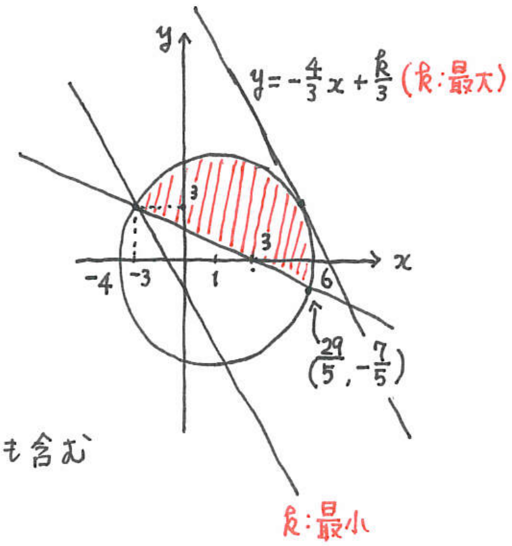
$(x-1)^2+\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)^2-25=0$

$\therefore\ 4(x^2-2x+1)+x^2-6x+9-100=0$

$\therefore\ (x+3)(5x-29)=0$ より $x=-3,\ \frac{29}{5}$

$\therefore$ 交点は $(-3,\ 3)$, $\left(\frac{29}{5},\ -\frac{7}{5}\right)$

$\therefore$ ①, ② をみたす領域は右図の斜線部分で境界も含む



$4x+3y=k$ とおくと.

$y=-\frac{4}{3}x+\frac{k}{3}$

kが最大になるのは, 円と接するとき (y切片が正の方)

$\therefore$ 円の中心$(1, 0)$と $4x+3y-k=0$ のキョリが半径5に等しくなるので

$\frac{|4-k|}{\sqrt{4^2+3^2}}=5$ $\quad\therefore\ k=29,\ -21$ $\quad k>0$ より $\quad k=29$ のとき.

kが最小となるのは, $4x+3y=k$ が点$(-3, 3)$を通るときで

$4\cdot(-3)+3\cdot 3=k \qquad \therefore\ k=-3$

$\therefore$ 最大値は29, 最小値は-3 //