東京大学

2011 年 文系 第 1 問

$\boxed{1}$ x の 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が，3 つの条件

$$f(1) = 1,\quad f(-1) = -1,\quad \int_{-1}^{1} (bx^2 + cx + d)\,dx = 1$$

を全て満たしているとする．このような $f(x)$ の中で定積分

$$I = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \{f''(x)\}^2\,dx$$

を最小にするものを求め，そのときの I の値を求めよ．ただし，$f''(x)$ は $f'(x)$ の導関数を表す．