

2011年工・ライフデザイン 第4問

数理
石井K

4 2つの放物線 $y = x^2 - 4x + 2$ と $y = -x^2 + 6x - 6$ がある.

(1) これらの放物線の交点の座標は (1, -1) と (4, 2) である.

(2) これらの放物線によって囲まれた図形の面積 S_1 は $S_1 = \text{9}$ である.

(3) $x \geq 0$ の範囲で、これらの放物線と y 軸によって囲まれた図形の面積 S_2 は $S_2 = \frac{\text{11}}{3}$ である.

$$(1) x^2 - 4x + 2 - (-x^2 + 6x - 6) = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 10x + 8 = 0 \quad \therefore 2(x-4)(x-1) = 0 \quad x = 1, 4$$

$$\therefore \text{交点} \text{は } \underline{(1, -1), (4, 2)} //$$

$$(2) x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$$

$$-x^2 + 6x - 6 = -(x-3)^2 + 3$$

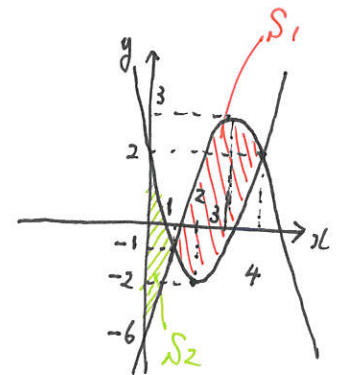
\therefore 右のグラフにそとので

$$S_1 = \int_1^4 -x^2 + 6x - 6 - (x^2 - 4x + 2) dx$$

$$= -2 \int_1^4 (x-4)(x-1) dx$$

$$= \frac{2}{6} (4-1)^3$$

$$= \underline{9} //$$



$$(3) S_2 = \int_0^1 x^2 - 4x + 2 - (-x^2 + 6x - 6) dx$$

$$= 2 \int_0^1 x^2 - 5x + 4 dx$$

$$= 2 \left[\frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right]_0^1$$

$$= \underline{\frac{11}{3}} //$$