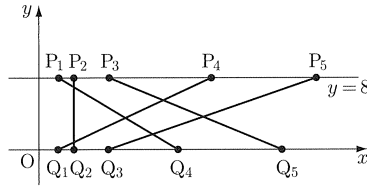




2012年理(数理科学)・医第4問

4 xy 平面において、直線 $y = 8$ の上に点 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 が、直線 $y = 0$ の上に点 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 が、それぞれ x 座標の小さい順に並んでいる。これらを $y = 8$ 上の点と $y = 0$ 上の点ひとつずつからなる 5 つの組に分け、それぞれの組の 2 点を結んでできる 5 本の線分を考える。下図はその一例である。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 3本の線分 P_iQ_n, P_jQ_m, P_kQ_l が 1 点 R で交わる時、 $\frac{P_iP_j \cdot Q_lQ_m}{P_jP_k \cdot Q_mQ_n}$ を求めなさい。ただし、 $i < j < k$ かつ $l < m < n$ であるとする。
- (2) $P_i, Q_i (1 \leq i \leq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき、どのような結び方をしても 3 本の線分が 1 点で交わらないことを (1) を用いて背理法で示しなさい。
- (3) $P_i, Q_i (1 \leq i \leq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき、交点の数の合計がちょうど 2 つになるような結び方は何通りあるかを答えなさい。