2012年 生命環境（生命分子化学） 第2問

2 関数 $f(x)$ を $f(x)=x^2+\int_{-1}^{1} f(t)\,dt$ とおく．曲線 $y=f(x)$ を C とする．C 上に2つの点P，Qがある．Pの x 座標を a，Qの x 座標を b とする．ただし，$a<b$ とする．Pにおける C の接線と直交しPを通る直線を ℓ，Qにおける C の接線と直交しQを通る直線を m，PとQを通る直線を n とする．ℓ と m の交点をRとする．$\angle \mathrm{PRQ}=\dfrac{\pi}{2}$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 等式 $f(x)=x^2+\int_{-1}^{1} f(t)\,dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ．

(2) Rの x 座標を a を用いて表せ．

(3) Rが y 軸上にあるとき，n および C で囲まれた部分の面積を求めよ．