岩手大学

2014年 教育学部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ a，bを実数とするとき，関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx$ について，次の問いに答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式を求めよ．

(2) $a = 1$，$b = -1$ のとき，$y = f(x)$ のグラフの接線で点 $(-1,\ 1)$ を通るものは何本あるか答えよ．また，このときの各接点の x 座標を求めよ．

(3) $y = f(x)$ のグラフが傾き1の接線をちょうど2本持つための条件を，実数の組 $(a,\ b)$ を座標平面上に図示することで与えよ．

(1) $f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$ ∴ 接線は $y = (3t^2 - 2at + b)(x - t) + t^3 - at^2 + bt$

∴ $\underline{y = (3t^2 - 2at + b)x - 2t^3 + at^2}$ //

(2) (1)より．$y = (3t^2 - 2t - 1)x - 2t^3 + t^2$

$(-1,\ 1)$ を通るので，$1 = -2t^3 - 2t^2 + 2t + 1$

∴ $t^3 + t^2 - t = 0$ ∴ $t(t^2 + t - 1) = 0$

∴ $t = 0,\ \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ∴ <u>接線は3本ある</u> //

接点の x 座標は $\underline{x = 0,\ \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}}$ //

(3) $3t^2 - 2at + b = 1$ が異なる2つの実数解をもてばよいので

$D/4 = a^2 - 3(b-1) > 0$ $b < \dfrac{a^2}{3} + 1$

∴右図の斜線部分（境界線は含まない）