

2015年 医学部 第3問

3 条件  $a_1 = \frac{7}{4}$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{2 - a_n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定められる実数の列  $\{a_n\}$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 極限  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  が存在すると仮定したとき,  $a$  のとりうる値を求めよ.  
(2) 自然数  $n$  と (1) で求めた  $a$  について, 次の各不等式が成り立つことを証明せよ.

$$(i) a_{2n} < a < a_{2n-1} \quad (ii) a - a_{2n} \leq \frac{1}{2^{2n-1}} \quad (iii) a_{2n-1} - a \leq \frac{1}{2^{2n-2}}$$