

2017年医学部第2問

2  $i$ を虚数単位とし、 $\alpha$ と $\beta$ を複素数で $\alpha \neq 0$ ,  $\beta = 1 + ti$  ( $t > 0$ )とする。このとき、数列 $\{z_n\}$ を次で定義する。

$$z_1 = \alpha,$$

$$z_{n+1} = \beta z_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

以下の各問に答えよ。

- (1) 複素数平面において原点を  $O$  とし、 $z_n$  を表す点を  $P_n$  とする。三角形  $OP_nP_{n+1}$  の面積を  $\alpha$ ,  $t$ ,  $n$  を用いて表せ。

$\alpha = -1 + \sqrt{3}i$ ,  $t = \tan \frac{5}{12}\pi$  とする。 $z_n$  が正の実数となる番号  $n$  を小さいほうから順に  $m_1, m_2, m_3, \dots$  とする。

- (2)  $n = m_1$  のとき  $z_n$  がどのくらいの大きさなのかを調べたい。 $n = m_1$  のとき  $|z_n - 10^p|$  の値が最小となる自然数  $p$  を求めよ。
- (3) 数列  $\{m_k\}$  の一般項を  $k$  を用いて表せ。