

2016年全学部第4問



4 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + c$ は、 $x = 1$ のとき極小値 2 をとり、 $x = -3$ のとき極大値をとる。このとき、 $a = \boxed{3}$ 、 $b = \boxed{9}$ 、 $c = \boxed{7}$ であり、極大値は $\boxed{34}$ である。

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - b$$

$$\text{条件より } f'(1) = f'(-3) = 0, f(1) = 2$$

$$\therefore 3 + 2a - b = 0, 27 - 6a - b = 0, 1 + a - b + c = 2$$

$$\begin{cases} 2a - b = -3 & \dots \textcircled{1} \\ -6a - b = -27 & \dots \textcircled{2} \\ a - b + c = 1 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } 8a = 24 \quad \therefore a = 3 \quad \text{このとき} \textcircled{1} \text{ より } b = 9$$

$$\textcircled{3} \text{ に代入して } 3 - 9 + c = 1 \quad \therefore c = 7$$

$$\text{以上より } \underline{a = 3, b = 9, c = 7}$$

$$\begin{aligned} \text{極大値は } f(-3) &= -27 + 9 \cdot 3 - 9 \cdot (-3) + 7 \\ &= \underline{34} \end{aligned}$$