

2013年 生命環境（環境・情報）第4問

4 a, b, c は 0 でない実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) BAB は対角行列, かつ, B^2 は単位行列とするとき, $B = \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}$ の成分はすべて実数であることを示せ.

(2) $a = \frac{5}{8}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$ とする. 自然数 n に対して $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ とする. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ を示せ.