

2016年生命環境（環境・情報）第2問

2 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad b_2 = 1$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_{n+2} = 2b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 関数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ に対し, 関数 $g_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$g_1(x) = f(x)$$

$$g_{n+1}(x) = g_n(f(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) $a_{n+2} = b_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となることを示せ.
- (2) $g_n(0) = \frac{a_{n+2}}{b_{n+2}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となることを示せ.
- (3) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = g_n(0)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定めるとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ を求めよ.