

2010 年 生命環境（環境・情報）第 1 問

1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\sqrt{5}$  が無理数であることを証明せよ。
- (2)  $\alpha$  を 2 次方程式  $x^2 - 4x - 1 = 0$  の解とすると、 $(\alpha - a)(\alpha - b) = 1 + c$  を満たす自然数の組  $(a, b, c)$  をすべて求めよ。
- (3) 座標平面上の点  $(s, t)$  で  $s$  と  $t$  のどちらも整数となるものを格子点と呼ぶ。連立不等式

$$\begin{cases} y \geq 3x^2 - 12x - 3 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域を  $D$  とする。  $k^2 - 4k - 1 < 0$  を満たす整数  $k$  に対して、直線  $l: x = k$  上にあり、かつ、 $D$  に含まれる格子点の個数を  $N_k$  とする。

- (i)  $N_k$  を  $k$  を用いて多項式で表せ。
- (ii)  $D$  に含まれる格子点の総数を求めよ。