



2012年 理学部（数理）第4問

4 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1+3\sqrt{3}}{2} & -\sqrt{3} \\ \frac{5\sqrt{3}}{2} & \frac{1-3\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

について、次の問に答えよ。

- (1)  $A, B$ は逆行列をもつことを示し、 $A^{-1}, B^{-1}$ を求めよ。
- (2)  $B^{-1}A^{-1}B, (B^{-1}A^{-1}B)^3$ を求めよ。
- (3)  $A^7BX = B$ をみたす2次正方行列  $X$ を求めよ。
- (4) (3)の行列  $X$ について

$$E + X^5 + X^{10} + X^{15} + X^{20} + X^{25} = O$$

が成り立つことを示せ。ただし  $E$ は2次の単位行列、 $O$ は零行列とする。