2018 年 工芸科学 第 2 問

2 次の問いに答えよ．

(1) r を正の実数とし，θ を実数とする．絶対値が r の複素数 z に対して複素数 w を

$$w = z(\cos\theta + i\sin\theta)$$

で定める．複素数 $w - z$ の絶対値 $|w - z|$ を求めよ．

(2) θ と α を実数とする．絶対値が 1 の複素数 z_1 に対して複素数 z_2，z_3 を

$$z_2 = z_1(\cos\theta + i\sin\theta), \quad z_3 = z_1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$

で定める．

(i) 複素数 $\dfrac{z_3}{z_2}$ の実部と虚部を求めよ．

(ii) $|(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)|$ を求めよ．

(iii) α が $\alpha = 2\theta$ を満たし，θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くときの $|(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)|$ の最大値を求めよ．