



2013年理系第2問

2 空間内の同一平面上にない4点O, A, B, Cが, $|\vec{OA}| = 2$, $|\vec{OB}| = 3$, $|\vec{OC}| = 4$, $|\vec{AB}| = 4$, $|\vec{BC}| = 6$, $|\vec{CA}| = 5$ を満たしているとする.

(1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$, 内積 $\vec{OB} \cdot \vec{OC}$ の値は $\frac{\text{エオカ}}{\text{キ}}$, 内積 $\vec{OC} \cdot \vec{OA}$ の値は $\frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$ である.

(2) 線分 OA の中点を L, 線分 OB を 2 : 1 に内分する点を M, 線分 OC を 3 : 1 に内分する点を N とする. $\triangle LMN$ の重心を P とし, 直線 OP と平面 ABC との交点を Q とする. このとき,

$$\vec{OP} = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} \vec{OA} + \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \vec{OB} + \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \vec{OC}$$

であり, したがって

$$|\vec{OP}| = \frac{\sqrt{\text{チツ}}}{\text{テ}}$$

となる. また,

$$\frac{|\vec{OP}|}{|\vec{PQ}|} = \frac{\text{トナ}}{\text{ニヌ}}$$

である.