

2013年 第3問

3 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数  $n$  に対して,

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

が成り立つことを  $n$  に関する数学的帰納法により証明せよ。ただし,  $i$  は虚数単位とする。

(2)  $\cos(n\theta) = 0$  をみたすような  $\theta$  をすべて求めよ。

(3)  $t = \cos \theta$  とする。(1)の等式を使って,  $\cos 5\theta = f(t)$  をみたす多項式  $f(t)$  を求めよ。

(4)  $f(t) = 0$  のすべての解を  $\cos \alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ ) の形で表せ。また, それらを大きい順に並べよ。

(5)  $\cos \frac{3}{10}\pi$  を求めよ。