

## 2013年 理系全学部日程 第1問

1 次の  に適する数または式を記入せよ.

サッカーの国際大会に日本, A国およびB国の3ヶ国が参加し, 優勝国は次のように決定される.

(i) 3つの国のうち2つの国が試合をする. 勝った国が残りの1つの国と試合をし, 2連勝する国が生じるまで試合を繰り返す. この連勝国を優勝国とし, 大会を終了する.

(ii) 各試合において, 引き分けは無く, 必ず勝敗が決まる.

日本がA国, B国に勝つ確率をそれぞれ  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  とし, A国がB国に勝つ確率は  $\frac{2}{3}$  とする. 第1戦は日本とA国が対戦する.

第2戦で日本が優勝する確率は  であり, 第3戦で日本が優勝する確率は  であり, 第4戦で日本が優勝する確率は  であり, 第5戦で日本が優勝する確率は  である. ゆえに第  $3n+2$  戦

( $n$ は0以上の整数)で日本が優勝する確率  $p_n$  は  $p_n = \text{$  となる. このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n p_k = \text{$  と

なる. 一方, 第7戦で日本が優勝する確率は  となる. 第  $3n+1$  戦 ( $n$ は1以上の整数)で日本が優勝する確率  $q_n$  は  $q_n = \text{$  となる. このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n q_k = \text{$  となる. また第  $3n$  戦 ( $n$ は1以上

の整数)で日本が優勝する確率  $r_n$  は  $r_n = \text{$  となる.