2013年 文学部・経済学部 第3問

$\boxed{3}$ △OABにおいて$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$とする．2つの正の数$s$，$t$に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=s\vec{a}+t\vec{b}$となるように点Cを定める．また，線分ACおよび線分BCの中点をそれぞれM，Nとし，直線OMおよび直線ONが線分ABと交わる点をそれぞれP，Qとする．$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$のとき，次の問いに答えよ．

(1) 線分ABの長さ，および△OABの面積S_1を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$s$，$t$を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$s$，$t$を用いて表せ．

(4) △OPQの面積をS_2とする．S_2をs，tを用いて表せ．

(5) $S_2=\dfrac{1}{4}S_1$となるためのs，tの条件を求め，s，tがその条件をみたしながら動くとき，点Cの存在する範囲を求めよ．