

2015年教育学部第6問

6 区間 $[0, 1]$ を n 等分して得た分点を

$$0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1$$

とならべる。すなわち、

$$x_k = \frac{k}{n} \quad (k = 0, 1, \dots, n)$$

とおく。 $f(x) = x^2 + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) に対して、4点 $(x_{k-1}, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$, $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ を頂点とする台形 S_k ($k = 1, 2, \dots, n$) の $k = 1$ から $k = n$ までの集まりを R_n とおく。

(1) 図形 R_4 を図示せよ。(2) 図形 R_n の面積を r_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \frac{4}{3}$ であることを証明せよ。