0001798181028999

# 京都教育大学

2013年 教育学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ △ABCにおいて頂点A，B，Cに向かい合う辺BC，CA，ABの長さをそれぞれ$a$，$b$，$c$で表し，∠A，∠B，∠Cの大きさを，それぞれ$A$，$B$，$C$で表すものとする．△ABCの面積を$S$とし，$s=\dfrac{a+b+c}{2}$とおくと

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

が成立することを余弦定理と公式

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

を用いて証明せよ．

(1) $S=\frac{1}{2}bc\sin A$

$=\frac{1}{2}bc\sqrt{1-\cos^2 A}$ （∵ $\sin A>0$ より） …①

余弦定理より．

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ …②

②を①に代入して．

$$S=\frac{1}{2}bc\sqrt{1-\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}$$

$$=\frac{1}{2}bc\sqrt{\frac{(2bc)^2-(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}$$

$$=\frac{1}{2}bc\cdot\frac{1}{2bc}\sqrt{(2bc)^2-(b^2+c^2-a^2)^2}$$

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ より

$$=\frac{1}{4}\sqrt{(2bc+b^2+c^2-a^2)(2bc-b^2-c^2+a^2)}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{\{(b+c)^2-a^2\}\{a^2-(b-c)^2\}}$$

こっちも

$$=\frac{1}{4}\sqrt{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}$$

$$=\sqrt{\frac{a+b+c}{2}\cdot\frac{-a+b+c}{2}\cdot\frac{a+b-c}{2}\cdot\frac{a-b+c}{2}}$$

ここで，$s=\dfrac{a+b+c}{2}$，$s-a=\dfrac{-a+b+c}{2}$，$s-b=\dfrac{a-b+c}{2}$，$s-c=\dfrac{a+b-c}{2}$ より．

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$ ■

ヘロンの公式という

ほとんど使わないから公式自体は覚えなくてよい