

2015年教育学部第6問

6 区間  $[0, 1]$  を  $n$  等分して得た分点を

$$0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1$$

とならべる。すなわち、

$$x_k = \frac{k}{n} \quad (k = 0, 1, \dots, n)$$

とおく。  $f(x) = x^2 + 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) に対して、4点  $(x_{k-1}, 0)$ ,  $(x_k, 0)$ ,  $(x_k, f(x_k))$ ,  $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$  を頂点とする台形  $S_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) の  $k = 1$  から  $k = n$  までの集まりを  $R_n$  とおく。

(1) 図形  $R_4$  を図示せよ。(2) 図形  $R_n$  の面積を  $r_n$  とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = \frac{4}{3}$  であることを証明せよ。