



2010 年 人文学部 第 2 問

2 次の問いに答えよ.

- (1) p, q, r, s を整数とする. このとき $p + q\sqrt{2} = r + s\sqrt{2}$ が成り立つならば, $p = r$ かつ $q = s$ となることを示せ. ここで $\sqrt{2}$ が無理数であることは使ってよい.
- (2) 自然数 n に対し, $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ を満たす整数 a_n, b_n が存在することを数学的帰納法により示せ.
- (3) a_n, b_n を (2) のものとする. このときすべての自然数 n について $(x, y) = (a_n, b_n)$ は方程式 $x^2 - 2y^2 = 1$ の解であることを数学的帰納法により示せ.