

2015年教育第3問

3 平面上に長さ1のベクトル  $\vec{n}$  がある。また、 $a$  は  $a > 1$  をみたす定数とする。平面上のベクトル  $\vec{x}$  に対して、ベクトル  $\vec{y}$  を

$$\vec{y} = \vec{x} - a(\vec{x} \cdot \vec{n})\vec{n}$$

により定める。ただし、 $\vec{x} \cdot \vec{n}$  はベクトルの内積を意味し、 $a(\vec{x} \cdot \vec{n})$  はその  $a$  倍の実数を表している。

- (1) すべてのベクトル  $\vec{x}$  に対して  $|\vec{x}| = |\vec{y}|$  が成り立つための必要十分条件は、 $a = 2$  であることを示せ。
- (2)  $\vec{x} \neq \vec{0}$  とする。 $\vec{x}$  と  $\vec{n}$  のなす角を  $\theta$  とし、 $\vec{y}$  と  $\vec{n}$  のなす角を  $\phi$  とする。このとき、 $a$  と  $\cos \theta$  を用いて  $\cos \phi$  を表せ。