2015年 薬学部 第3問

$\boxed{3}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を記入せよ．

漸化式 $a_{n+2} = da_{n+1} - a_n$ と条件 $a_1 = 0$，$a_2 = 1$ で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を，2次方程式と三角関数を用いて求める．ここで，d は実数とする．

(1) 実数 β をとり，$a_n = \beta^{n-1}$ とおくとき，$\{a_n\}$ が漸化式を満たすのは，β が2次方程式 $\boxed{\text{ア}}$ $= 0$ の解となるときである．

(2) (1)の2次方程式が相異なる2つの実数解を持つ条件は $d >$ $\boxed{\text{イ}}$ または $d <$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．このとき，相異なる2つの実数解を β_1，β_2 と表し，$a_n = p{\beta_1}^{n-1} + q{\beta_2}^{n-1}$（$p$，$q$：任意の実数）とおけば，$\{a_n\}$ は漸化式を満たす．よって，a_1，a_2 の条件を満たすように p，q を定めれば，数列の一般項は d と n を用いて $a_n =$ $\boxed{\text{エ}}$ と表される．

(3) (1)の2次方程式が2つの虚数解を持つ条件は $\boxed{\text{オ}}$ $< d <$ $\boxed{\text{カ}}$ である．三角関数の加法定理より

$$\begin{cases} \cos(n+1)\theta + \cos(n-1)\theta = 2\boxed{\text{キ}}\cos\theta \\ \sin(n+1)\theta + \sin(n-1)\theta = 2\boxed{\text{ク}}\cos\theta \end{cases}$$

が成り立つので，$a_n = p\cos(n-1)\theta + q\sin(n-1)\theta$（$p$，$q$：任意の実数）とおき，$d =$ $\boxed{\text{ケ}}$ となるように θ を選べば，$\{a_n\}$ は漸化式を満たす．よって，a_1，a_2 の条件を満たすように p，q を定めれば，数列の一般項は θ と n を用いて $a_n =$ $\boxed{\text{コ}}$ のように表される．