0001811458818999

京都薬科大学

2014年 薬学部 第3問　1枚目／2枚　数理石井K

3 △OABにおいて，OA＝1，OB＝2，∠AOB＝θとする．∠AOBの二等分線と辺ABとの交点をCとする．次の［　］にあてはまる数または式を記入せよ．ただし，［ク］〜［サ］には整数を記入しなさい．

(1) $\overrightarrow{OC}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すと，

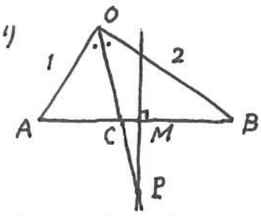
$$\overrightarrow{OC}=\boxed{ア}\overrightarrow{OA}+\boxed{イ}\overrightarrow{OB}$$

$\frac{2}{3}$　　$\frac{1}{3}$

となる．

(1) AC : CB = OA : OB = 1 : 2 より

$$\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$$ //



(2) 直線OC上に点Pをとり，さらに点Pが辺ABの垂直二等分線上にあるとき，$\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$および$\cos\theta$を用いて表すと，

$\frac{3}{2(1+\cos\theta)}$　　$\frac{3}{4(1+\cos\theta)}$

$$\overrightarrow{OP}=\boxed{ウ}\overrightarrow{OA}+\boxed{エ}\overrightarrow{OB}$$

$\frac{11}{16}$

となる．このとき，OC : CP＝3 : 1となるならば，$\cos\theta=\boxed{オ}$である．

(3) 辺OB上に点DをOD : DB＝1 : 3となるようにとる．線分ADと線分OCの交点をQとし，$\overrightarrow{OQ}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すと，

$\frac{1}{3}$　　$\frac{1}{6}$

$$\overrightarrow{OQ}=\boxed{カ}\overrightarrow{OA}+\boxed{キ}\overrightarrow{OB}$$

となる．このとき，△OAQ，△QAC，△OQDおよび四角形QCBDの面積をそれぞれ，S_1，S_2，S_3，S_4とすると，$S_1 : S_2 : S_3 : S_4=\boxed{ク}:\boxed{ケ}:\boxed{コ}:\boxed{サ}$となる．

2　2　1　7

(2) $\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OC}$と表せるので，線分ABの中点をMとおくと．$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

$$\therefore \overrightarrow{MP}=k\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\left(\frac{2}{3}k-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{OA}+\left(\frac{1}{3}k-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{OB}$$

MP ⊥ AB より $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ である．

$$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{AB}=\left\{\left(\frac{2}{3}k-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{OA}+\left(\frac{1}{3}k-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{OB}\right\}\cdot\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)$$

$$=\frac{1}{3}k\,\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}-\left(\frac{2}{3}k-\frac{1}{2}\right)+4\left(\frac{1}{3}k-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{2}{3}k\cos\theta+\frac{2}{3}k-\frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{3}k(1+\cos\theta)=\frac{3}{2}\qquad \therefore k=\frac{9}{4(1+\cos\theta)}$$

$$\therefore \overrightarrow{OP}=\frac{9}{4(1+\cos\theta)}\overrightarrow{OC}=\frac{3}{2(1+\cos\theta)}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{4(1+\cos\theta)}\overrightarrow{OB}$$ //

$OC : CP=3:1 \Rightarrow k=\frac{4}{3}$ $\therefore$ $16(1+\cos\theta)=27$ より $\cos\theta=\frac{11}{16}$ //

京都薬科大学

2014年 薬学部 第3問　　2枚目／2枚

数理 石井K

3　△OABにおいて，OA＝1，OB＝2，∠AOB＝θとする．∠AOBの二等分線と辺ABとの交点をCとする．次の［　］にあてはまる数または式を記入せよ．ただし，［ク］～［サ］には整数を記入しなさい．

(1) $\overrightarrow{OC}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すと，

$$\overrightarrow{OC}=\boxed{\text{ア}}\overrightarrow{OA}+\boxed{\text{イ}}\overrightarrow{OB}$$

となる．

(2) 直線OC上に点Pをとり，さらに点Pが辺ABの垂直二等分線上にあるとき，$\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$および$\cos\theta$を用いて表すと，

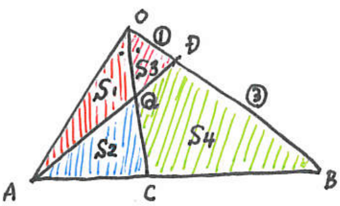
$$\overrightarrow{OP}=\boxed{\text{ウ}}\overrightarrow{OA}+\boxed{\text{エ}}\overrightarrow{OB}$$

となる．このとき，OC：CP＝3：1となるならば，$\cos\theta=\boxed{\text{オ}}$である．

(3) 辺OB上に点DをOD：DB＝1：3となるようにとる．線分ADと線分OCの交点をQとし，$\overrightarrow{OQ}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すと，

$$\overrightarrow{OQ}=\boxed{\text{カ}}\overrightarrow{OA}+\boxed{\text{キ}}\overrightarrow{OB}$$

となる．このとき，△OAQ，△QAC，△OQDおよび四角形QCBDの面積をそれぞれ，S_1，S_2，S_3，S_4とすると，$S_1:S_2:S_3:S_4=\boxed{\text{ク}}:\boxed{\text{ケ}}:\boxed{\text{コ}}:\boxed{\text{サ}}$となる．



(3) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AO}$

$=-\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$

$\therefore\ \overrightarrow{AQ}=l\overrightarrow{AD}=-l\overrightarrow{OA}+\frac{l}{4}\overrightarrow{OB}$ と表せる

$\therefore\ \overrightarrow{OQ}=(1-l)\overrightarrow{OA}+\frac{l}{4}\overrightarrow{OB}$　一方 $\overrightarrow{OQ}=m\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}m\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}m\overrightarrow{OB}$ と表せる

$\overrightarrow{OA}\not\parallel\overrightarrow{OB}$ より．$1-l=\frac{2}{3}m$ かつ $\frac{l}{4}=\frac{m}{3}$　$\therefore\ m=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OB}}$ //

このとき．$S_1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\triangle OAB$，　$S_2=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\triangle OAB$

$S_3=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\triangle OAB$，　$S_4=\triangle OAB-S_1-S_2-S_3$ より

$S_1:S_2:S_3:S_4=\frac{1}{6}:\frac{1}{6}:\frac{1}{12}:\frac{7}{12}=\underline{2:2:1:7}$ //