



2017年理工第4問

4 直角三角形 OAB に対し,  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle OBA = \beta$ ,  $AB = 1$  とする. 辺 BA を  $n$  等分する  $n-1$  個の点のうち, B から  $k$  個目の点を  $P_k$  とする. ただし,  $n \geq 2$ ,  $1 \leq k \leq n-1$  とする. このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1)  $|\overrightarrow{OB}|$  を求めなさい.
- (2)  $|\overrightarrow{OP_k}|^2$  を求めなさい.
- (3)  $\sum_{k=1}^{n-1} |\overrightarrow{OP_k}|^2$  を求めなさい.
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} |\overrightarrow{OP_k}|^2$  を求めなさい.