

2017年 第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) α, β は 0 でない複素数で, $\alpha^2 + \sqrt{2}\alpha\beta + \beta^2 = 0$ を満たすとする。(i) $\frac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ。ただし, 偏角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。(ii) 複素数平面上で, 3点 $A(\alpha), B(\beta)$, および原点 O を頂点とする三角形を考える。 $\angle AOB, \angle OBA, \angle BAO$ の大きさをそれぞれ求めよ。(2) 実数 a, b に対し, 次の命題 A, B を考える。命題 A : $a \geq 0$ かつ $ab \geq 0$ ならば, $b \geq 0$ である。命題 B : $a + b \geq 0$ かつ $ab \geq 0$ ならば, $b \geq 0$ である。(i) 命題 A が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ, それが反例であることを示せ。(ii) 命題 B が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ, それが反例であることを示せ。