



2013年教育・経済学部第4問

4 xyz 空間における平面 $y = 0$ 上のグラフ $z = 2 - x^2$, ($0 \leq x \leq \sqrt{2}$) を z 軸の周りに回転して得られるものを平面 $x = a$ で切りとる. ただし $0 \leq a \leq \sqrt{2}$ とする. そのとき切り口の平面に曲線 G が現れた. G 上の点 (x, y, z) は,

$$x = a, \quad z = 2 - a^2 - y^2 \quad (-\sqrt{2 - a^2} \leq y \leq \sqrt{2 - a^2})$$

をみたく. 切り口の平面 $x = a$ 上において点 $(a, 0, 0)$ と曲線 G 上の点の距離の最大値を $r(a)$ とする. このとき下記の設問に答えよ.

- (1) $0 \leq a \leq \sqrt{2}$ に対して $r(a)$ を求めよ.
- (2) 次の積分値を求めよ.

$$\pi \int_1^{\sqrt{2}} (r(x))^2 dx$$