



2016年文系第2問

数理
石井K

2 1から6までの目が同じ割合で出る4個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 出る目がすべて異なる確率
 (2) 出る目の最小値が2, かつ最大値が3である確率
 (3) 出る目の最大値と最小値の積が20以上である確率

$$(1) \frac{{}_6P_4}{6^4} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6^4} = \frac{5}{18}$$

$$(2) \{2, 2, 2, 3\}, \{2, 2, 3, 3\}, \{2, 3, 3, 3\}$$

\uparrow ${}_4C_1 = 4$ 通り \uparrow ${}_4C_2 = 6$ 通り \uparrow ${}_4C_1 = 4$ 通り

$$\therefore \frac{4+6+4}{6^4} = \frac{7}{648}$$

(3) 最大値を M , 最小値を m とすると

$$(m, M) = (4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
 (2)と同じで すべて5 (2)と同じで すべて6
 14通り 1通り 14通り 1通り

よって, $(m, M) = (4, 6)$ のときだけ調べればよい

$$\{4, 4, 4, 6\}, \{4, 4, 6, 6\}, \{4, 6, 6, 6\}, \{4, 4, 5, 6\}, \{4, 5, 6, 6\}, \{4, 5, 5, 6\}$$

\uparrow ${}_4C_1 = 4$ 通り \uparrow ${}_4C_2 = 6$ 通り \uparrow ${}_4C_1 = 4$ 通り \uparrow $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り \uparrow 12通り \uparrow 12通り

$$\therefore (m, M) = (4, 6) \text{ となるのは, } 4+6+4+12+12+12 = 50 \text{ 通り}$$

以上より,

$$\frac{14+50+1+14+1}{6^4} = \frac{80}{6^4} = \frac{5}{81}$$

(3)の別解.

$$mM \geq 20 \iff m \geq 4 \text{ かつ } (m, M) \neq (4, 4)$$

$$\therefore \left(\frac{3}{6}\right)^4 - \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{81-1}{6^4} = \frac{5}{81}$$