

2011年医学部第2問

2 医学部における研究では、いろいろな動物が用いられる。これらの動物を生育して、研究者たちに販売する者の立場から、動物 A, B, C を題材にして、以下の問題を考察する。

(1) 動物 A, B を生育するには、3種類の栄養素  $p, q, r$  が必要である。生育量（単位 kg）と栄養素の量は、ともに実数で示される。

（条件 a） A を  $x$  kg 生育するには、 $p$  が  $5x$ ,  $q$  が  $5x$ ,  $r$  が  $x$  の量、同時に必要である。A の販売価格は 10 万円/kg である。

（条件 b） B を  $y$  kg 生育するには、 $p$  が  $4y$ ,  $q$  が  $y$ ,  $r$  が  $2y$  の量、同時に必要である。B の販売価格は 5 万円/kg である。

手持ちの栄養素は今、 $p$  が 5,  $q$  が 4,  $r$  が 2 の量であると仮定する。このとき、A, B をそれぞれ何 kg 生育すれば、販売額が最大となるか。販売額の最大値、およびそのときの A, B の生育量をそれぞれ求めよ。

(2) 動物 A, B に加えて、動物 C も  $p, q, r$  の栄養素によって生育できることがわかる。

（条件 c） C を  $z$  kg 生育するには、 $p$  が  $2z$ ,  $q$  が  $3z$ ,  $r$  が  $z$  の量、同時に必要である。C の販売価格は 8 万円/kg である。

手持ちの栄養素は今、 $p$  が 5,  $q$  が 4 の量であるが、(1) の場合と違って  $r$  はいくらでも手に入るものと仮定する。次の問い (i), (ii), (iii) に答えよ。

(i) C の生育量  $z$  kg は、 $z = k \left( 0 \leq k \leq \frac{11}{10} \right)$  として値を固定し、A, B の生育量をそれぞれ  $x$  kg,  $y$  kg として変化させる。このとき、点  $(x, y)$  の動く領域  $D(k)$  を図示せよ。さらに、 $(x, y)$  がこの領域を動くとき、販売額の最大値を  $w(k)$  とかく。  $w(k)$  を  $k$  の式で表せ。

(ii) C の生育量  $z = k$  を、 $0 \leq k \leq \frac{11}{10}$  の範囲から  $\frac{11}{10} \leq k \leq \frac{4}{3}$  の範囲に変更する。このとき、点  $(x, y)$  の動く領域  $D(k)$  および販売額の最大値  $w(k)$  はどうなるか、調べよ。

(iii) A, B, C をそれぞれ何 kg 生育すれば、販売額が最大となるか。販売額の最大値、およびそのときの A, B, C の生育量をそれぞれ求めよ。